Заревич Антон Иванович, канд. техн. наук, доцент кафедры компьютерных измерительных систем и метрологии Института кибернетики ТПУ.
E-mail: antonzarevich@tpu.ru
Область научных интересов: теория и разработка сильноточных импульсных генераторов, генераторов измерительных сигналов, цифровая обработка сигналов.
Новиков Сергей Сергеевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры радиоэлектроники Томского государственного университета.
E-mail: snovik@tsu.ru
Область научных интересов: теория колебаний, нелинейная радиотехника, когерентные процессы автоколебательных систем со многими степенями свободы.

УДК 621.385.64

ЛОКАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЕБАНИЙ МАГНЕТРОНА СО СВЯЗАННЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ

А.И. Заревич, С.С. Новиков*

Томский политехнический университет
*Томский государственный университет
E-mail: antonzarevich@tpu.ru

Статья посвящена актуальной проблеме сильноточной электроники – стабилизации колебательного режима релятивистского СВЧ-магнетрона. Строится автоколебательная модель магнетрона со связанными резонаторами. В резонансной системе магнетрона выделяются две колебательные подсистемы, которые взаимодействуют друг с другом через внутренние и внешние цепи. Проводится феноменологическое описание синхронных взаимодействий подсистем. Решается задача о влиянии связей на локальную устойчивость когерентных процессов. Показано, что введение внешних связей позволяет повысить степень устойчивости когерентных колебаний.

Ключевые слова:
Релятивистский СВЧ магнетрон, локальная устойчивость колебаний, автоколебательная модель.

Введение

Резонансные системы многих электровакуумных генерирующих приборов СВЧ-диапазона являются сложными электродинамическими структурами, имеющими достаточно много собственных типов колебаний – мод. Эти моды отличаются распределением поля в резонансной системе, а спектр их частот может быть весьма плотным. Это является источником нестабильности СВЧ-излучения, переходов между конкурирующими видами колебаний, скачков частоты и мощности. Данная проблема особенно характерна для импульсных приборов, в том числе для сверхмощных релятивистских генераторов [1, 2]. Известны методы разделения видов, направленные на модификацию колебательных систем с целью разредить спектр собственных частот [3, 4].

В статье обсуждается автоколебательная модель магнетрона со связанными резонаторами. Решается задача о влиянии связей на локальную устойчивость когерентных колебаний.

Автоколебательная модель магнетрона с двумя выводами

В ряде случаев механизм вложения энергии в электромагнитные колебания допускает определенную степень локализации этих процессов в пространстве взаимодействия. В резонансных системах таких приборов могут быть выделены компоненты единого электродинамического процесса. Действительно, спектр собственных частот соответствует определенным распределениям высокочастотных полей и характеризует электродинамическую конфигурацию резонансной системы. Априорное знание этих полей, их пространственной симметрии позволяет путем декомпозиции построить многополюсную модель генератора, Так как со стороны выделенных полюсов система обладает резонансными свойствами и регенерирована, то в таком виде она предстает уже как система взаимосвязанных автогенераторов. В свою очередь, известно, что существование и устойчивость когерентных колебаний в системах связанных автогенераторов зависит в основном от структуры взаимных связей и их характера. Эти вопросы достаточно хорошо разработаны в теории и практике когерентных систем [5–7].

Опираясь на физическую аналогию, можно ввести между колебательными компонентами «внутренние» взаимные связи, моделирующие реальный механизм устойчивости колебаний. Точно так же можно ввести в систему «внешние» взаимные связи. В отличие от внутренних, они представляются реальными цепями.

Исходя из высказанных выше соображений и используя азимутальную симметрию полей магнетрона, считаем, что нам удалось выделить некоторую пару полюсов резонансной системы. Тогда генератор можно представить эквивалентной схемой (рис. 1).

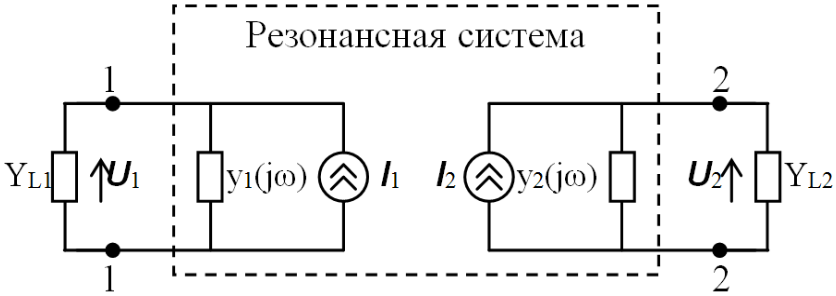

Рис. 1. Эквивалентная схема генератора

Комплексные проводимости $y_k(j\omega)$ описывают свойства колебательной системы со стороны полюсов 1 и 2, а определяемые ими резонансные частоты соответствуют типам колебаний. Проводимости Y_{Lk} по отношению к колебательной системе являются внешними и нагружают ее. Считаем, что нагруженная резонансная система на частоте рабочего вида колебаний обладает достаточно высокими избирательными свойствами. Поэтому в ней развивается почти гармонический колебательный процесс с частотой ω_0, описываемый на клеммах 1 и 2 медленно меняющимися комплексными амплитудами напряжений:

$$\boldsymbol{U}_k = U_k(t)e^{j\phi_k(t)}, \quad k = 1, 2.$$

Выделенные на схеме фрагменты резонансной системы (будем называть их колебательными подсистемами) питаются наведенными токами. Считаем, что в колебательном процессе участвуют только первые гармоники токов, описываемые комплексными амплитудами I_k. Между наведенными токами и напряжениями может существовать разность фаз, поэтому

$$\boldsymbol{I}_k = \left(-I_k^{re} + jI_k^{im}\right)e^{j\phi_k(t)}.$$

Тогда дифференциальные уравнения системы можно записать в символической форме:

$$\boldsymbol{I}_k(t) + D(p)\boldsymbol{U}_k(t) = 0, \quad p = \frac{d}{dt}. \tag{1}$$

В соответствии с формализмом метода медленно меняющихся амплитуд в его символической трактовке [5], символический импеданс $D(p)$ представим в приближенном (укороченном) виде:

$$D_k(p) = Y_{Lk} + j2C_k(\omega_0 - \omega_k) + 2C_k p, \tag{2}$$

где $C_k = \dfrac{1}{2}\dfrac{d\left(\operatorname{Im}Y_k(j\omega)\right)}{d\omega}\Big|_{\omega_0}$. Параметры C_k пропорциональны крутизне фазовых характеристик подсистем и аналогичны емкости колебательного контура. Частотными свойствами Y_{Lk} пренебрегаем.

Выделенные колебательные подсистемы неавтономны, они являются частями исходной генерирующей структуры и взаимосвязаны через электронный поток. Это означает, что токи в (1) зависят от всех переменных: амплитуд U_k и фаз φ_k. Как видно из (2), модель допускает отличие резонансных частот ω_k подсистем за счет некоторой несимметрии колебательной структуры генератора относительно полюсов 1 и 2. Таким образом, дифференциальные уравнения (1) описывают когерентные процессы в генераторе, представляя его как систему с двумя степенями свободы.

Нелинейные свойства модели

При исследовании локальных движений в задаче об устойчивости стационарных состояний автоколебательных систем проводится линеаризация исходных нелинейных дифференциальных уравнений. Поэтому необходимо определить функциональные зависимости I_k (U_1, U_2, φ_1, φ_2), которые отражают связь колебаний за счет взаимодействия электромагнитного поля с электронным потоком. Будем конструировать функции I_k исходя из общих свойств автоколебательных систем, используя феноменологический подход.

Синфазная с напряжением U_k составляющая тока I_k^{re} определяет активную мощность, отдаваемую электронным потоком полю. Ограничительные свойства системы описываются зависимостью $I_k^{re}\left(U_k\right)$. Квадратурная составляющая вызывает отстройку частоты автоколебаний от частоты задающего резонанса. Расфазировка колебаний токов и напряжений (т. е. $I_k^{im} \neq 0$), как известно, приводит к неизохронности процессов, что должно отражаться функциональной зависимостью $I_k^{im}\left(U_k\right)$. Далее учтем, что в системе за счет взаимодействия колебательных компонент формируется механизм удержания стационарной разности фаз $\Delta\varphi_0 = \varphi_{20} - \varphi_{10}$. При этом можно говорить, что оптимальное взаимодействие реализуется в хорошо сфазированной системе. Если в системе по какой-либо причине возникает возмущение разности фаз, то должны измениться как амплитуды автоколебаний, так и частота когерентного процесса. Сказанное означает, что в список аргументов токовых функций должна входить разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

Перепишем укороченные дифференциальные уравнения (1):

$$\left[Y_k\left(U_k, U_l, \varphi_k - \varphi_l\right) + Y_{Lk} + 2C_k\left(\omega_0 - \omega_k\right) + 2C_k p\right]\boldsymbol{U}_k = 0, \quad k = 1, 2; \quad l \neq k, \tag{3}$$

где $Y_k = \dfrac{\boldsymbol{I}_k}{\boldsymbol{U}_k} = -G_k + jB_k\left(G_k > 0\right)$ – комплексные проводимости активных элементов.

С целью более глубокой формализации модели (3) подчиним ее условию перестановочной симметрии, т. е. примем, что выделенные колебательные подсистемы обладают качественной идентичностью. Тогда предположение о количественной идентичности линейных и нелинейных параметров подсистем дает нам вариант оптимальной настройки и фазировки: $\Delta\varphi_0 = \varphi_{20} - \varphi_{10} = 0$, $U_1 = U_2$, $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$, $B_k(\Delta\varphi_0 = 0) = 0$.

Отталкиваясь от этого идеального случая, определяем профили зависимостей $B_k(\Delta\varphi)$, $G_k(\Delta\varphi)$. Из стационарных уравнений (полагая в (3) p = 0) следует, что функции B_k являются знакопеременными по $\Delta\varphi$. С другой стороны, отклонение разности фаз от оптимального значения $\Delta\varphi_0 = 0$ эквивалентно возмущению поля в пространстве взаимодействия. Это ухудшает энергетический обмен с электронным потоком, снижает степень регенерации. Поэтому зависимость $G_k(\Delta\varphi)$ имеет вид четной функции с максимумом при $\Delta\varphi_0 = 0$.

Отрицательный наклон зависимости $G_k(U_k)$ очевиден. Он обусловлен ограничительными свойствами активной среды, что в колебательных задачах обычно считается выполненным по умолчанию. Функция $G_k(U_l)$, ($l \neq k$) имеет обратный и меньший наклон. Это строго доказывается исходя из устойчивости стационарного состояния к возмущению амплитуд. Наконец, профили $B_k(U_k, U_l)$ задают направление амплитудно-фазовой конверсии, т. е. влияние амплитуд на частоту синхронных колебаний ω_0. Здесь естественно принять, что при силовом (непараметрическом) взаимодействии частота затягивается более мощными автоколебаниями. Использование перестановочной симметрии дает искомые профили.

Представленная здесь нелинейная модель когерентной системы с двумя степенями свободы является качественной. Однако заметим, что при ее построении использовались универсальные свойства автоколебательных явлений.

Локальная устойчивость

Приступая к исследованию локальной устойчивости и применяя стандартную процедуру линеаризации дифференциальных уравнений (3) и последующей подстановки решений вида $\delta a_k^* \exp(\lambda t)$, приходим к системе алгебраических уравнений для возмущений амплитуд δa_k^* и фаз $\delta\varphi_k^*$:

$$\begin{bmatrix} 2C\lambda+\sigma & -\sigma_U^{re} & -\sigma_\phi^{re} & \sigma_\phi^{re} \\ -\sigma_U^{re} & 2C\lambda+\sigma & -\sigma_\phi^{re} & \sigma_\phi^{re} \\ \sigma_U^{im} & -\sigma_U^{im} & 2C\lambda+\sigma_\phi^{im} & -\sigma_\phi^{im} \\ \sigma_U^{im} & -\sigma_U^{im} & -\sigma_\phi^{im} & 2C\lambda+\sigma_\phi^{im} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta a_1^* \\ \delta a_2^* \\ \delta\phi_1^* \\ \delta\phi_2^* \end{bmatrix} = 0. \qquad (4)$$

Коэффициенты матрицы являются продуктами линеаризации нелинейных функций G_k (индекс *re*) и B_k (индекс *im*), а их сигнатура соответствует нелинейным свойствам модели для $\Delta\varphi_0>0$. Для $\Delta\varphi_0<0$ знаки перед коэффициентами σ_φ^{re} и σ_U^{im} следует изменить на противоположные. Условие совместности системы уравнений (4) дает характеристическое уравнение $\det[A(\lambda)] = 0$, корни которого определяют устойчивость стационарного режима.

В общем случае колебательные подсистемы неодинаковы и соответствующие им коэффициенты в равнозначных позициях матрицы (4) отличаются по величине. В поставленной задаче наибольший интерес представляет оценка сделанных при построении модели предпосылок с точки зрения устойчивости. Поэтому как вариационные уравнения (4), так и весь дальнейший анализ ограничены случаем идентичности всех параметров подсистем, кроме частот (т. е. $\omega_1 \neq \omega_2$, $\Delta\varphi_0 \neq 0$).

Как известно, нахождение корней характеристического уравнения и соответствующих им векторов-решений составляет полную проблему собственных значений [8]. При этом собственные значения описывают характер локального движения, а векторы – направления в фазовом пространстве. Для систем, характеристическая матрица которых обладает элементами симметрии, можно изменить обычный порядок решения задачи и определить сначала собственные векторы [6]. После этого соответствующие им значения находятся простой подстановкой векторов в уравнения (4). Сделанные упрощения позволяют применить такой подход к нашей задаче. Выпишем собственные векторы и собственные значения:

1. $\delta a_1^* = \delta a_2^* \neq 0$, $\delta\phi_1^* = \delta\phi_2^* = 0$, $2\tilde{N}\lambda_1 = -\sigma + \sigma_U^{re} < 0$.
2. $\delta a_1^* = \delta a_2^* = 0$, $\delta\phi_1^* = \delta\phi_2^* \neq 0$, $2\tilde{N}\lambda_2 = 0$.
3. $\delta a_1^* = \delta a_2^* \neq 0$, $\delta\phi_1^* = -\delta\phi_2^*$, $2\tilde{N}\lambda_3 = -2\sigma_\phi^{im} < 0$.
4. $\delta a_1^* = -\delta a_2^*$, $\delta\phi_1^* = \delta\phi_2^* \neq 0$, $2\tilde{N}\lambda_4 = -\sigma - \sigma_U^{re} < 0$.

Полученные решения имеют ясный физический смысл. Одинаковыми возмущениями амплитуд (решение 1) система тестируется на устойчивость их стационарных значений. Как видим, из требования об устойчивости с необходимостью вытекает отмеченное ранее условие – $\sigma > \sigma_U^{re}$. Если предположить, что рассматриваемые подсистемы не связаны ($\sigma_U^{re} \equiv 0$), то неравенство 1 в таком виде известно как условие амплитудной устойчивости автономного генератора, а коэффициент $\sigma = -U_0 dG/dU\big|_0$ называется прочностью предельного цикла.

Согласно решению 2 система не реагирует на однонаправленное возмущение фаз, что отражает присущую генерирующим системам неопределенность начальной фазы. Устойчивость к противоположным возмущениям фаз (решение 3) предопределена свойствами токовых функций, описывающих взаимодействие колебательных подсистем модели. Наконец, система устойчива к встречному возмущению амплитуд. Таким образом, проведенный анализ показывает, что построенная нами с помощью феноменологического подхода автоколебательная модель магнетрона адекватно описывает взаимодействие выделенных подсистем для устойчивых когерентных режимов.

Система с внешней связью

Введем внешнюю связь, соединив полюса подсистем 1 и 2 (рис. 1) посредством симметричного пассивного четырехполюсника. Укороченные уравнения такой модели непосредственно получаем из (4), заменив в них Y_{Lk}:

$$Y_{L1} = Y_{11} + Y_{12}\frac{\boldsymbol{U}_2}{\boldsymbol{U}_1},\ Y_{L2} = Y_{22} + Y_{21}\frac{\boldsymbol{U}_1}{\boldsymbol{U}_2},$$

где $Y_{11} = Y_{22}$, $Y_{12} = Y_{21} = -g\exp(j\alpha)$, $(g > 0)$ – параметры матрицы проводимостей четырехполюсника связи. Параметр g определяет величину внешней связи, а α – ее фазовые свойства.

Новая модифицированная структура по физической и математической моделям аналогична системе двух взаимосвязанных автогенераторов. В теории взаимной синхронизации показывается, что оптимальной с точки зрения устойчивости колебаний, близких к синфазным, является резистивная связь первого типа (α = 0) [5–7]. На практике подбор такой связи производится путем изменения фазового параметра цепи связи и составляет наиболее важный элемент настройки когерентных систем СВЧ-диапазона.

В силу линейности задачи каждый элемент новой матрицы является суммой слагаемых, описывающих внутренние и внешние связи. Так как ее структура аналогична (4), то решение задачи на собственные значения записывается по аналогии с предыдущим.

1. Если система тестируется одинаковыми возмущениями амплитуд ($\delta a_1^* = \delta a_2^* \neq 0$, $\delta\phi_1^* = \delta\phi_2^* = 0$), то реакция связи при таком движении исключается и условия устойчивости $2\tilde{N}\lambda_1 = -\sigma + \sigma_U^{re} < 0$ полностью совпадают с аналогичными для системы без внешней связи.

2. На одинаковые возмущения фаз ($\delta a_1^* = \delta a_2^* = 0$, $\delta\phi_1^* = \delta\phi_2^* \neq 0$) система также не реагирует: $2\tilde{N}\lambda_2 = 0$.

Влияние внешней связи проявляется, когда система возмущается в трансверсальных направлениях фазового пространства, соответствующих противоположным вариациям фаз и амплитуд.

3. При возмущении стационарной разности фаз ($\delta a_1^* = \delta a_2^* \neq 0$, $\delta\phi_1^* = -\delta\phi_2^*$) локальная устойчивость характеризуется условием $2\tilde{N}\lambda_3 = -2\left(\sigma_\phi^{im} + g\cos\Delta\phi_0\right) < 0$.

Видим, что при резистивной связи первого типа (α = 0), когда Y_{12}=–g, степень устойчивости синфазного или близких режимов возрастает. Такую связь будем называть благоприятной. Наоборот, для резистивной связи второго типа ($\alpha = \pi$), когда Y_{12}=+g (при этом в неравенствах следует изменить знак перед g на противоположный), устойчивость ослабевает. При достаточно сильном неблагоприятном взаимодействии рабочий когерентный режим может потерять устойчивость ($g > \sigma_\phi^{im}$). Второй тип резистивной связи является благоприятным для режима противофазных ($\Delta\varphi_0 = \pi$) или близких к ним колебаний.

4. Взаимное возмущение амплитуд ($\delta a_1^* = -\delta a_2^*$, $\delta\phi_1^* = \delta\phi_2^* \neq 0$) система демпфирует как за счет механизма амплитудной устойчивости, так и благодаря внешней связи: $2\tilde{N}\lambda_4 = -\sigma - \sigma_U^{re} - 2g\cos\Delta\phi_0 < 0$.

Таким образом, нами показано, что внешняя связь колебательных подсистем автогенератора оказывает существенное влияние на локальные движения вблизи стационарного состояния. Параметры внешних каналов связи g и α соотносятся с первичными параметрами реальных четырехполюсников и не имеют принципиальных ограничений для их изменения. В то же время в условиях эксперимента они полностью контролируются и могут быть достаточно точно настроены. Так как собственные значения определяют скорость релаксации возмущений, то можно говорить о том, что благоприятная внешняя связь усиливает внутренний (электронный) механизм удержания стационарных фазовых соотношений.

Экспериментальные исследования релятивистского магнетрона показывают, что введение в его резонансную систему внешних связей улучшает процесс энергообмена, существенно повышает спектральную и модовую стабильность колебаний [9, 10].

Заключение

В работе предложена автоколебательная модель магнетрона с выделенными колебательными подсистемами. С использованием феноменологического подхода построено адекватное описание взаимодействий подсистем для устойчивых когерентных режимов. При решении задачи устойчивости применен аппарат полной проблемы собственных значений. В случае приемлемых упрощений модели это дает полную картину локальных движений и механизма влияния взаимодействий на устойчивость. Показано, что введение внешних связей позволяет повысить степень устойчивости когерентных процессов. Развитая в работе теоретическая модель может быть полезной при модификации свойств генерирующих приборов СВЧ-диапазона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Operating mode of rising-sun and A6 magnetrons / T.A. Treado, W.O. Dogget, E.E. Thomas et al. // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1988. – V. 16, № 2. – P. 237–248.
2. Evolution of spectral power density in grounded cathode relativistic magnetron / I. Schnitzer, A. Rosenberg, C. Leibovitz et al. // Proc. SPIE in Intense Microwave Pulses IV. – Denver, 1995. – V. 2843. – P. 101–109.
3. Gadetski N.P., Magda I.I, Neisteter S.I., Prokopenko Yu.I, Chumakov V.I. Microwave generator with the overcritical current of REB and a controllable feedback virtod // Plasma Phys. Rep. (Sov.) – 1993. – V. 19, № 4. – P. 273–276.
4. S.A. Kitsanov, A.I. Klimov, S.D. Korovin et al. // In Proc. 1st Int. Congress on Radiation Physics, High Current Electronics, and Modification of Materials. – Tomsk, 2000. – V. 2. – P. 423–428.
5. Dvornikov A.A., Utkin G.M. Phased self-oscillator of radio transmitting equipment. – M.: Energy, 1980. – P. 177.
6. Vladimirov S.N., Maidanovskii A.S., Novikov S.S. The nonlinear oscillations of multifrequency autooscillators. – Tomsk: Tomsk University Publishing House, 1993. – P. 203.
7. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. – М.: Наука, 1971. – 312 с.
8. Vintizenko I.I., Zarevich A.I., Novikov S.S. Microwave Radiation Characteristics of Relativistic Magnetron with Coupled Cavities // Proc. of 13th Symposium on High Current Electponics, Tomsk, Russia, 2004.
9. Vintizenko I.I., Zarevich A.I., Novikov S.S. Distributed Output of Microwave Radiation from Relativistic Magnetron // Proc. of 13th Symposium on High Current Electronics, Tomsk, Russia, 2004.

Поступила 11.11.2013 г.