

УДК 614.841:519.876

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЖАРА  
В ДВУХЭТАЖНОМ ЗДАНИИ**

В.А. Перминов, М.О. Третьякова

Томский политехнический университет

E-mail: perminov@tpu.ru

**Перминов Валерий Афанасьевич**, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры экологии и безопасности жизнедеятельности Института неразрушающего контроля ТПУ

E-mail: perminov@tpu.ru

Область научных интересов: математическое моделирование лесных и городских пожаров и загрязнения окружающей среды.

**Третьякова Мария Олеговна**, студентка Института неразрушающего контроля ТПУ.

E-mail: manya.0608@mail.ru

Область научных интересов: математическое моделирование городских пожаров.

С помощью методов механики реагирующих многофазных сред разработана трехмерная нестационарная математическая модель возникновения и развития пожара в здании. Рассматривается двухэтажное здание. Источник горения расположен на первом этаже. Гидродинамические процессы переноса описываются с помощью уравнений Рейнольдса для турбулентного течения. Для описания турбулентных характеристик используется  $k-\epsilon$ -модель турбулентности. Распределение полей температуры и концентраций компонентов газовой фазы определяются из уравнений энергии и диффузии. Учитывается перенос энергии излучением. Данная математическая модель может быть использована для получения пространственных распределений полей скорости, температуры и концентраций компонентов газовой фазы в различные моменты времени. На основе анализа полученных данных определяется время блокировки эвакуационных путей из здания. Представленная в работе математическая модель может быть использована для зданий и сооружений, имеющих сложную геометрическую конфигурацию.

**Ключевые слова:**

Городской пожар, математическая модель, температура, концентрация, численный метод.

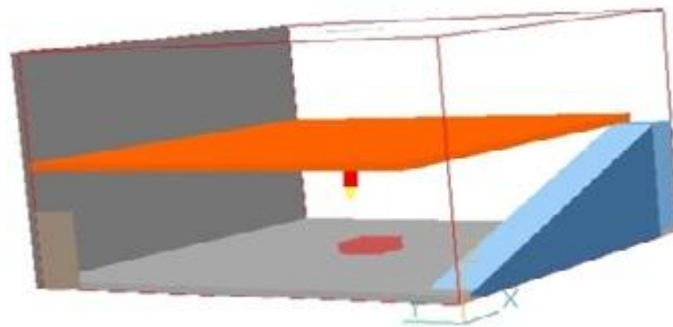
При определении пожароопасности зданий и сооружений необходимо рассчитывать время блокировки эвакуационных путей и необходимое время эвакуации людей [1–4]. В настоящее время для определения этих характеристик, как правило, используются приближенные методики, которые могут давать неточные данные, особенно для объектов, имеющих сложную структуру [2–4]. В связи с этим наиболее перспективным является применение математических моделей пожаров в помещениях. С помощью этих моделей могут быть получены распределения температуры и концентрации кислорода и продуктов горения в различные моменты времени в рассматриваемой трехмерной области. Например, при помощи программного обеспечения PHOENICS [5]. На основании этих данных легко определяется время блокировки эвакуационных путей.

Целью данной работы является разработка математической модели пожара в помещении для расчета пространственного распределения полей температуры и концентрации компонентов газовой фазы в различные моменты времени, по которым можно определить время блокировки эвакуационных путей и тем самым оценить безопасное время эвакуации людей из данного помещения.

Рассматривается двухэтажное здание (рис. 1) с размерами  $10 \times 10 \times 6$  м. На передней стене (плоскость  $YOZ$ ) в углу (в конце оси  $OY$ ), где пересекаются плоскости, расположена дверь. Имеется лестница на второй этаж. Внутри помещения, в центре первого этажа, расположен очаг тепломассовыделения (очаг горения). В табл. 1 представлены геометрические размеры помещения и расположение очага горения (рис. 1).

**Таблица 1.** Геометрические размеры двухэтажного помещения

Наименование предмета	Размер предмета, м			Место расположения предмета, м		
	<i>x</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>X</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
дверь	0	1	2	0	9	0
очаг горения	1	1	0,5	4,5	4,5	0
лестница	9	1	3	0	0	0
лестница 2	1	1	3	9	0	0
2 этаж	10	9	0	0	1	3
вентиляция	1	1	0	4,5	4,5	6

**Рис. 1.** Двухэтажное здание

Необходимо найти распределение температуры, концентрации кислорода и продуктов горения при пожаре в помещении в различные моменты времени и на основании этих данных определить время блокировки эвакуационных путей. Для решения поставленной выше задачи используется система дифференциальных уравнений, выражающих законы сохранения массы, импульса, энергии и концентрации компонентов в рассматриваемой области (помещение) [6, 7]. Математически данная задача сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений (1–6):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho g_i, \quad (2)$$

$$\text{где } \tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho h u_i) = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial q_i^R}{\partial x_i}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho Y_k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j Y_k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho D \frac{\partial Y_k}{\partial x_j} \right) + S_k, \quad (5)$$

$$p = \rho R_0 T \sum_k \frac{Y_k}{M_k}, \quad \vec{g} = (0, 0, g). \quad (6)$$

В представленной выше системе уравнений используются следующие обозначения:  $t, x_i$  – временная и пространственные координаты ( $i = 1, 2, 3$ );  $u_i$  – проекции вектора скорости на соответствующие оси декартовой системы координат,  $p$  – давление;  $T$  – температура;

$h$  – энтальпия;  $g$  – ускорение свободного падения;  $R_0$  – универсальная газовая постоянная;  $M_k$  – молекулярный вес  $k$ -компоненты;  $\rho$  – плотность газовой фазы;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $\lambda, D$  – коэффициенты теплопроводности и диффузии;  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $q_j^R$  – компоненты вектора потока теплового излучения;  $Y_k$  – массовые концентрации  $k$ -компоненты. В связи с тем, что течение турбулентное, используется коэффициент турбулентной вязкости  $\nu_t$  и коэффициент турбулентной теплопроводности  $\lambda_t$ :

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} = C'_\mu k^{1/2} l, \lambda_t = \mu_t c_p, \quad (7)$$

где  $k = \overline{u'_i u'_i} / 2$  – турбулентная кинетическая энергия;  $l$  – длина пути смешения;  $C'_\mu$  – константа. По аналогии с турбулентным переносом импульса, потоки скаляров  $\overline{u'_i h'}$  и  $\overline{u'_i Y'_k}$  моделируются с помощью допущения о градиентной диффузии:

$$-\overline{u'_i Y'_k} = \Gamma_k \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} \quad (8)$$

где  $\Gamma_k$  – коэффициент турбулентного переноса, соответствующий скалярной функции  $Y_k$ . Здесь в неявной форме вводится допущение об изотропности турбулентности по всем направлениям. Предполагается, что коэффициент переноса  $\Gamma_k$  для скалярных функций равен отношению турбулентной вязкости к турбулентному числу Прандтля  $\Gamma_k = \frac{\nu_t}{Pr_t}$ . Уравнение для турбулентной кинетической энергии  $k$  запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho k}) + \overline{u_i} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho k}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] - \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \beta \overline{\rho} g_i \frac{\mu_t}{Pr} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} - \overline{\rho} \varepsilon, \quad (9)$$

где  $\beta = -\frac{1}{\overline{\rho}} \left( \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial T} \right)_p$ .

Уравнение для диссипации турбулентной кинетической энергии  $\varepsilon$  записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \varepsilon}) + \overline{u_i} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho \varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (G_k + G_B) - C_2 \overline{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (10)$$

где  $C_k, C_\varepsilon, C_1, C_2$  – эмпирические константы, а  $G_k$  и  $G_B$  – генерация турбулентности за счет вынужденной и естественной конвекции [5]. Для описания переноса энергии излучением уравнение имеет следующий вид [5]:

$$\frac{dI}{ds} = -(k_a + k_s)I + k_a \frac{E_g}{\pi} + \frac{k_s}{4\pi} \int P(\Omega, \Omega') I(\Omega') d\Omega', \quad (11)$$

где  $I$  – интенсивность радиационного излучения в направлении  $\Omega$ ;  $s$  – расстояние в направлении  $\Omega$ ;  $E_g = \sigma T_g^4$  – энергия, излучаемая абсолютно черным газом при температуре газа  $T_g$ ;  $k_a$  и  $k_s$  – коэффициенты поглощения и рассеяния;  $P(\Omega, \Omega')$  – вероятность того, что излучение в направлении  $\Omega'$  после рассеяния попадет в телесный угол  $d\Omega$  в направлении  $\Omega$ . Для получения интегрального потока теплового излучения уравнение (11) должно быть проинтегрировано по всем направлениям и длинам волн. Для большинства практических задач точное аналитическое решение получить очень сложно, так как в математической модели учитываются физико-химические процессы, и поэтому используются приближенные численные методы. Например, в данной постановке задачи необходимо моделирование процессов переноса излучения при горении [5].

В данной работе разработана математическая модель задачи о возникновении и развитии пожара в двухэтажном здании, с помощью которой определяются пространственные распределения температуры и концентраций компонентов газовой фазы (например, СО и кислорода) в

различные моменты времени. На основе этих данных можно определить критическое время по каждому из опасных факторов пожара как время достижения этим фактором предельно допустимого значения на путях эвакуации на высоте 1,7 м от пола. Предложенная в работе математическая модель позволяет учитывать неоднородности и дает более точные данные для определения времени блокировки путей эвакуации по сравнению с приближенными методиками, используемыми на практике [1–4]. Использование программного обеспечения PHOENICS [5], позволяющего с помощью графического редактора построить практически любые геометрические конфигурации зданий и сооружений, дает возможность получить численное решение (пространственные распределения полей температуры, скорости, давления, концентраций компонентов газовой фазы в любые моменты времени) для предложенной математической модели за достаточно короткий промежуток времени.

На основе полученных данных имеется возможность, например, определить время блокировки путей эвакуации, а также проследить за дальнейшим изменением распределений функций в любой точке здания с течением времени, что позволит принимать оперативные решения в процессе чрезвычайной ситуации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Термодинамика пожаров в помещениях / В.М. Астапенко, Ю.А. Кошмаров, И.С. Молчадский, А.Н. Шевляков. // Под ред. Ю.А. Кошмарова. – М.: Стройиздат, 1998. – 448 с.
2. ГОСТ 12.1.004-91. Пожарная безопасность. Общие требования. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2001.
3. СНиП 21-01-97. Пожарная безопасность зданий и сооружений. – М.: ДЕАН, 2007.
4. Расчет необходимого времени эвакуации людей из помещений при пожаре: Рекомендации. – М.: ВНИИПО МВД СССР, 1989. – 22 с.
5. CHAM (Concentration Heat and Momentum Limited) / PHOENICS, 2014. – URL: <http://www.cham.co.uk> (дата обращения: 24.07.2014).
6. Jones W.W. A Review of Compartment Fire Models. National Bureau of Standards. – 1983. – URL: <http://fire.nist.gov/bfrlpubs/fire83/PDF/f83001.pdf> (дата обращения: 24.07.2014).
7. Rehm R.G. Baum H.R. Equations of Motion for Thermally Driven, Buoyant Flows // Journal of Research of the National Bureau of Standards. – V. 83. – 1978. – № 3. – P. 297–308.

Поступила 11.10.2014