Жаринов Игорь Олегович, д-р техн. наук, доцент, руководитель учебно-научного центра Санкт-Петербургского опытно-конструкторского бюро «Электроавтоматика» им. П.А. Ефимова, заведующий кафедрой машинного проектирования бортовой электронно-вычислительной аппаратуры Санкт-Петербургского Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики.
E-mail: igor_rabota@pisem.net
Область научных интересов: проектирование вычислительных систем в классе структур интегрированной модульной авионики, мультивычислители, авиационное приборостроение, проектирование информационно-управляющего поля кабины пилота и систем отображения информации, проектирование геоинформационных систем авиационного применения, системы автоматизации проектирования авионики.

Жаринов Олег Олегович, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры моделирования вычислительных и электронных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.
E-mail: zharinov73@hotbox.ru
Область научных интересов: теория систем, теория обработки сигналов, цифровые вычислительные системы, проектирование информационно-управляющего поля кабины пилота и систем отображения информации, проектирование геоинформационных систем авиационного применения.

УДК 629.73.02; 629.73.05/.06; 535.643

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАССМАНА В СИСТЕМАХ КОДИРОВАНИЯ ЦВЕТА, ПРИМЕНЯЕМЫХ В АВИОНИКЕ

И.О. Жаринов[1,2], О.О. Жаринов[3]

[1] Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики
[2] Санкт-Петербургское ОКБ «Электроавтоматика» им. П.А. Ефимова
[3] Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП)
E-mail: igor_rabota@pisem.net, zharinov73@hotbox.ru

Рассматривается задача оценки разрешающей способности математического преобразования Грассмана, связывающего координаты цветности в различных системах кодирования: *RGB* и *XY*. Приводятся примеры графических представлений цветов и оттенков в различных системах кодирования. Предложен вывод формулы для оценки разрешающей способности преобразования Грассмана, определяющей величину минимально возможного (не нулевого) модуля дискрета изменения (x,y)-координат цветности по осям *XY* при изменении кода *RGB* на произвольную величину по любому из трех компонентов *R*, *G*, *B*. Рассчитаны числовые значения разрешающей способности и определены значения начальных и конечных кодов *RGB*, при которых достигается минимум приращений Δx , Δy для единичного приращения кода *RGB* и восьмибитного кодирования каждого компонента *R*, *G*, *B*.

Ключевые слова:
Преобразование Грассмана, системы кодирования цвета, разрешающая способность, оптические системы.

Введение

Решение ряда прикладных задач современного авиационного приборостроения сопряжено с исследованием физических принципов и оптических явлений, описываемых на языке математики с помощью преобразования Грассмана [1–4]. К таким задачам, в частности, относится [5–8] задача выбора относительных долей компонентов основных цветов (красного, зеленого, синего), составляющих цветовую палитру бортовых средств индикации пилотажно-навигационных параметров и геоинформационных данных, обладающую повышенными визуальными характеристиками восприятия для человека.

Преобразование Грассмана вводит взаимооднозначное соответствие числовых значений (координат цветности), представляющих один и тот же цвет (оттенок цвета) в различных системах кодирования. В авиационных системах индикации применяется десятичная система кодирования цвета *RGB* (Red, Green, Blue) для программирования средств отображения информации, выполненных на базе жидкокристаллической панели [9–12], и система кодирования *XY* для оценки качества визуализации информации в различных условиях эксплуатации аппаратуры (углы наблюдения, внешняя солнечная засветка и пр.).

Разрешающая способность [13] преобразования Грассмана, подлежащая оценке, определяет величину минимально возможного (не нулевого) модуля дискрета изменения (x,y)-координат цветности в *XY*-системе кодирования, и формирует требование к соответствующей метрологической характеристике колориметра (или яркомера с функцией измерения координат цветности), планируемого к использованию в натурных экспериментах с бортовыми индикаторами [14].

Минимальная величина дискрета $(\Delta x, \Delta y)$ позволяет разработчикам авиационной техники определять значения десятичных кодов *RGB* для цветов и оттенков с повышенными значениями контраста индицируемого изображения с точностью до единичного приращения кода компонентов основных цветов. Существующие промышленные образцы измерителей координат цветности обладают разрешающей способностью на уровне $\Delta x \geq 0{,}02...0{,}05$, $\Delta y \geq 0{,}02...0{,}05$ единиц. Отдельные образцы колориметров, разрабатываемые специально в исследовательских целях, обладают разрешающей способностью на уровне до 0,002 ед. Такие значения не обеспечивают необходимой разработчикам бортовых индикаторов точности выбора относительных долей кодов *RGB* цветовой палитры, в связи с чем должны быть определены специальные требования к характеристиками измерительной аппаратуры в части оценки ее разрешающей способности.

Преобразование Грассмана в оптических системах кодирования цвета

Соответствие десятичного кода *RGB* (x,y)-координатам цветности на *XY*-плоскости основано на преобразованиях (прямом и обратном) Грассмана, связывающих код цвета (рис. 1, *а*) в компонентах основных цветов $RGB \in [0,\ 255]$ в десятичной системе счисления со значениями сторон $XYZ \in [0,\ 1]$ цветового треугольника Максвелла (рис. 1, *б*).

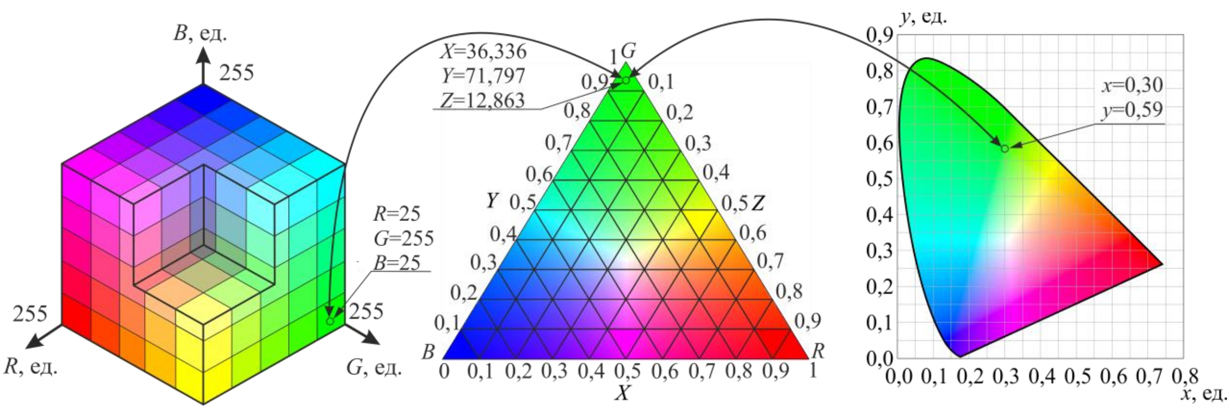

Рис. 1. Графическое представление различных систем кодирования цвета, используемых в преобразовании Грассмана: *а* – система *RGB*; *б* – цветовой треугольник Максвелла; *в* – *XY*-плоскость

Уравнения прямого *RGB*→*XYZ* и обратного *XYZ*→*RGB* преобразования Грассмана имеют вид соответственно [1, 3]:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r\ X_g\ X_b \\ Y_r\ \ Y_g\ \ Y_b \\ Z_r\ Z_g\ Z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r\ X_g\ X_b \\ Y_r\ \ Y_g\ \ Y_b \\ Z_r\ Z_g\ Z_b \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где *X*, *Y*, *Z* – компоненты цвета в системе *XYZ*; X_r, X_g, X_b, Y_r, Y_g, Y_b, Z_r, Z_g, Z_b – компоненты цвета, определенные Международной комиссией по освещению (МКО) и используемые в качестве эталона для точного стандарта определения цвета; *R*, *G*, *B* – код цвета компонентов основных цветов в десятичной системе *RGB*. Компоненты X_r, Y_r, Z_r определяют правило преобразования кода *RGB* для эталонного значения красного цвета, компоненты X_g, Y_g, Z_g и X_b, Y_b, Z_b – для зеленого цвета и синего цвета соответственно.

Переход от значений сторон *XYZ* треугольника Максвелла к (*x*,*y*)-координатам цветности (рис.1, *в*) элементов изображения осуществляется по формулам [2]:

$$x = \frac{X}{X+Y+Z},\ y = \frac{Y}{X+Y+Z},\ z = \frac{Z}{X+Y+Z}\ , \tag{2}$$

координата *z* при таком преобразовании может не рассчитываться.

Теоретическая оценка разрешающей способности преобразования Грассмана

Как следует из анализа (1), (2), каждому, в том числе и единичному, дискретному приращению кода *RGB*, увеличивающему значение $R_iG_iB_i$ до значения $R_{i+1}G_{i+1}B_{i+1}$ на *XY*-плоскости, соответствуют приращения координат $\Delta x = x_{i+1} - x_i$, $\Delta y = y_{i+1} - y_i$. Величины этих приращений могут быть оценены следующим образом.

В соответствии с (1), (2)

$$\begin{cases} \Delta x = x_{i+1}\big|_{R_{i+1}G_{i+1}B_{i+1}} - x_i\big|_{R_iG_iB_i} = \dfrac{X_{i+1}}{X_{i+1}+Y_{i+1}+Z_{i+1}} - \dfrac{X_i}{X_i+Y_i+Z_i} \\ \Delta y = y_{i+1}\big|_{R_{i+1}G_{i+1}B_{i+1}} - y_i\big|_{R_iG_iB_i} = \dfrac{Y_{i+1}}{X_{i+1}+Y_{i+1}+Z_{i+1}} - \dfrac{Y_i}{X_i+Y_i+Z_i} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = \dfrac{X_{i+1}Y_i + X_{i+1}Z_i - X_iY_{i+1} - X_iZ_{i+1}}{\left(X_i+Y_i+Z_i\right)\left(X_{i+1}+Y_{i+1}+Z_{i+1}\right)} \\ \Delta y = \dfrac{Y_{i+1}X_i + Y_{i+1}Z_i - Y_iX_{i+1} - Y_iZ_{i+1}}{\left(X_i+Y_i+Z_i\right)\left(X_{i+1}+Y_{i+1}+Z_{i+1}\right)} \end{cases}, \tag{3}$$

где

$$X_i = X_rR_i + X_gG_i + X_bB_i,\ Y_i = Y_rR_i + Y_gG_i + Y_bB_i,$$
$$Z_i = Z_rR_i + Z_gG_i + Z_bB_i,\ X_{i+1} = X_rR_{i+1} + X_gG_{i+1} + X_bB_{i+1},$$
$$Y_{i+1} = Y_rR_{i+1} + Y_gG_{i+1} + Y_bB_{i+1},\ Z_{i+1} = Z_rR_{i+1} + Z_gG_{i+1} + Z_bB_{i+1}.$$

После замены переменных и раскрытия скобок числители первого и второго уравнений системы (3) примут вид

$$\begin{gathered} X_{i+1}Y_i + X_{i+1}Z_i - X_iY_{i+1} - X_iZ_{i+1} = \\ = \left(R_{i+1}G_i - R_iG_{i+1}\right)\left(X_rY_g + X_rZ_g - X_gY_r - X_gZ_r\right) + \\ + \left(R_{i+1}B_i - R_iB_{i+1}\right)\left(X_rY_b + X_rZ_b - X_bY_r - X_bZ_r\right) + \\ + \left(G_{i+1}B_i - G_iB_{i+1}\right)\left(X_gY_b + X_gZ_b - X_bY_g - X_bZ_g\right) = \\ = det\begin{pmatrix} det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} X_g & Y_g+Z_g \\ X_r & Y_r+Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}, \end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered} Y_{i+1}X_i + Y_{i+1}Z_i - Y_iX_{i+1} - Y_iZ_{i+1} = \\ = \left(R_{i+1}G_i - R_iG_{i+1}\right)\left(Y_rX_g + Y_rZ_g - Y_gX_r - Y_gZ_r\right) + \\ + \left(R_{i+1}B_i - R_iB_{i+1}\right)\left(Y_rX_b + Y_rZ_b - Y_bX_r - Y_bZ_r\right) + \end{gathered}$$

$$+\left(G_{i+1}B_i-G_iB_{i+1}\right)\left(Y_gX_b+Y_gZ_b-Y_bX_g-Y_bZ_g\right)=$$

$$=det\begin{pmatrix} det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_r & X_r+Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

На заключительном шаге выражений (4), (5) применено правило разложения определителя по первому столбцу и по минорам [15]. Знаменатель уравнений системы (3) равен

$$\left(X_i+Y_i+Z_i\right)\left(X_{i+1}+Y_{i+1}+Z_{i+1}\right)=$$

$$=\Big(R_i\left(X_r+Y_r+Z_r\right)+G_i\left(X_g+Y_g+Z_g\right)+B_i\left(X_b+Y_b+Z_b\right)\Big)\times$$

$$\times\Big(R_{i+1}\left(X_r+Y_r+Z_r\right)+G_{i+1}\left(X_g+Y_g+Z_g\right)+B_{i+1}\left(X_b+Y_b+Z_b\right)\Big)=$$

$$=\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_rR_{i+1}+a_gG_{i+1}+a_bB_{i+1}\right),$$

где

$$a_r=X_r+Y_r+Z_r,\ a_g=X_g+Y_g+Z_g,\ a_b=X_b+Y_b+Z_b.$$

Таким образом, величины приращений координат $\Delta x=x_{i+1}-x_i$, $\Delta y=y_{i+1}-y_i$ на *XY*-плоскости, соответствующие дискретному изменению десятичного кода *RGB*∈[0, 255] от значения $R_iG_iB_i$ до значения $R_{i+1}G_{i+1}B_{i+1}$, составляют

$$\begin{cases} \Delta x=\dfrac{det\begin{pmatrix} det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} X_g & Y_g+Z_g \\ X_r & Y_r+Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_rR_{i+1}+a_gG_{i+1}+a_bB_{i+1}\right)} \\ \Delta y=\dfrac{det\begin{pmatrix} det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_r & X_r+Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_rR_{i+1}+a_gG_{i+1}+a_bB_{i+1}\right)} \end{cases}. \qquad (6)$$

Комбинация кодов *R*=*G*=*B*=0, соответствующая черному цвету изображения, не используется для задания начального значения $R_iG_iB_i$. Минимальными значениями начальных кодов $R_iG_iB_i$ являются десятичные комбинации [0,0,1], [0,1,0] или [1,0,0], в которых хотя бы одна составляющая кода цвета не является нулевой.

Увеличение кода

$$R_{i+1}=R_i+\Delta R,\ G_{i+1}=G_i+\Delta G,\ B_{i+1}=B_i+\Delta B \qquad (7)$$

может осуществляться независимо (раздельно, т. е. $\Delta R\neq\Delta G\neq\Delta B$, или одновременно, т. е.

$\Delta R = \Delta G = \Delta B$) по всем трем компонентам цвета с дискретностью $\Delta R \in [1,2,...,255]$, $\Delta G \in [1,2,...,255]$, $\Delta B \in [1,2,...,255]$, при которой справедливы условия: $1 \le R_{i+1} \le 255$, $1 \le G_{i+1} \le 255$, $1 \le B_{i+1} \le 255$.

Для выполнения расчетов величин $(\Delta x, \Delta y)$ в числителях выражений системы (6) в третьем столбце определителей матриц значения конечных кодов $R_{i+1}, G_{i+1}, B_{i+1}$ могут быть заменены на соответствующие приращения ΔR, ΔG, ΔB компонентов основных цветов. Минимальный шаг инкрементирования значения кода каждого компонента цвета: $\Delta R_{min} = \Delta G_{min} = \Delta B_{min} = 1$.

Результаты расчетов модулей приращений $|\Delta x|$, $|\Delta y|$, полученные на основе уравнений системы (6) с использованием средств вычислительной техники, показывают, что минимальный дискрет изменения значения $|\Delta x|$ составляет $8{,}45 \cdot 10^{-10}$ и достигается при переходе от точки кода *RGB* со значениями (7, 221, 254) к точке со значениями кода (7, 222, 255). Минимальный дискрет изменения значения $|\Delta y|$ составляет $7{,}23 \cdot 10^{-10}$ и достигается при переходе от точки кода *RGB* со значениями (43, 254, 47) к точке со значениями кода (44, 255, 47). Диагональный переход вида $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ имеет минимум на *XY*-плоскости со значением $1{,}614 \cdot 10^{-6}$ и достигается при переходе от точки кода *RGB* со значениями (253, 254, 0) к точке со значениями кода (254, 255, 0). Значения кодов *RGB*, в окрестностях которых получены минимумы горизонтального, вертикального и диагонального приращений, не совпадают между собой.

Разрешающая способность преобразования Грассмана в точках экстремума

Оценка разрешающей способности преобразования Грассмана в точках экстремума определяется путем подстановки (7) в (6), вычисления отношений частных конечных разностей по Δx: $\partial\Delta x(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta R$, $\partial\Delta x(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta G$, $\partial\Delta x(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta B$; по Δy: $\partial\Delta y(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta R$, $\partial\Delta y(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta G$, $\partial\Delta y(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta B$ и приравнивания этих отношений нулю с последующим разрешением полученной системы уравнений относительно ΔR, ΔG, ΔB.

Ввиду дробно-рационального вида правой части выражений системы (6) для упрощения аналитических выкладок при выводе отношений конечных разностей целесообразно воспользоваться правилом «логарифмического дифференцирования» [15]

$$\frac{d\ln f(t)}{dt} = \frac{1}{f(t)}\frac{df(t)}{dt}$$

левой и правой частей выражений. Итоговые выражения для отношений конечных разностей в аналитической форме имеют вид:

1. $\partial\Delta x(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta R =$

$$= \Delta G \frac{a_g\, det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r\, det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i\right)\left(a_r\left(R_i + \Delta R\right) + a_g\left(G_i + \Delta G\right) + a_b\left(B_i + \Delta B\right)\right)^2} +$$

$$+\Delta B\frac{a_b\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_r & Y_r+Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}+a_r\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\frac{det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_r & Y_r+Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}\ . \qquad (8)$$

2. $\partial\Delta x\left(\Delta R,\Delta G,\Delta B\right)/\partial\Delta G=$

$$=\Delta R\frac{a_r\,det\begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g+Z_g \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}-a_g\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_r & Y_r+Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\Delta B\frac{a_b\,det\begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g+Z_g \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}+a_g\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\frac{det\begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g+Z_g \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}\ . \qquad (9)$$

3. $\partial\Delta x\left(\Delta R,\Delta G,\Delta B\right)/\partial\Delta B=$

$$=\Delta R\frac{-a_r\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}-a_b\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_r & Y_r+Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\Delta G\frac{a_b\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g+Z_g \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}-a_g\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_g & Y_g+Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}-$$

$$-\frac{\det\begin{pmatrix} R_i & \det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b \\ X_g & Y_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & \det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r \\ X_b & Y_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}\ . \tag{10}$$

4. $\partial\Delta y\left(\Delta R,\Delta G,\Delta B\right)/\partial\Delta R=$

$$=\Delta G\frac{a_g\det\begin{pmatrix} G_i & \det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}+a_r\det\begin{pmatrix} R_i & \det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix} \\ B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\Delta B\frac{a_b\det\begin{pmatrix} G_i & \det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}+a_r\det\begin{pmatrix} R_i & \det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\frac{\det\begin{pmatrix} G_i & \det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}\ . \tag{11}$$

5. $\partial\Delta y\left(\Delta R,\Delta G,\Delta B\right)/\partial\Delta G=$

$$=\Delta R\frac{a_r\det\begin{pmatrix} B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ R_i & \det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}-a_g\det\begin{pmatrix} G_i & \det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\Delta B\frac{a_b\det\begin{pmatrix} B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ R_i & \det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}+a_g\det\begin{pmatrix} R_i & \det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\frac{\det\begin{pmatrix} B_i & \det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix} \\ R_i & \det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}\ . \tag{12}$$

6. $\partial\Delta y(\Delta R,\Delta G,\Delta B)/\partial\Delta B=$

$$=\Delta R\frac{-a_r\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b\\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r\\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}-a_b\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b\\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix}\\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r\\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}+$$

$$+\Delta G\frac{a_b\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g\\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r\\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}-a_g\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b\\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r\\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}-$$

$$-\frac{det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b\\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r\\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}}{\left(a_r\left(R_i+\Delta R\right)+a_g\left(G_i+\Delta G\right)+a_b\left(B_i+\Delta B\right)\right)^2}\ . \tag{13}$$

Поиск приращений $\{\Delta R_{\Delta x},\Delta G_{\Delta x},\Delta B_{\Delta x}\}$, $\{\Delta R_{\Delta y},\Delta G_{\Delta y},\Delta B_{\Delta y}\}$, в точках которых достигается $extr(\Delta x), extr(\Delta y)$, осуществляется путем решения систем:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\Delta x(\Delta R,\Delta G,\Delta B)}{\partial\Delta R}=0\\ \dfrac{\partial\Delta x(\Delta R,\Delta G,\Delta B)}{\partial\Delta G}=0\\ \dfrac{\partial\Delta x(\Delta R,\Delta G,\Delta B)}{\partial\Delta B}=0\end{cases},\ \begin{cases}\dfrac{\partial\Delta y(\Delta R,\Delta G,\Delta B)}{\partial\Delta R}=0\\ \dfrac{\partial\Delta y(\Delta R,\Delta G,\Delta B)}{\partial\Delta G}=0\\ \dfrac{\partial\Delta y(\Delta R,\Delta G,\Delta B)}{\partial\Delta B}=0\end{cases}. \tag{14}$$

После подстановки (8)–(13) в (14) и приведения систем уравнений (14) к матричному виду отдельно по *x*-координате и отдельно по *y*-координате выражения для обеих систем (14) примут вид

$$\begin{bmatrix}0 & M_{12} & M_{13}\\ M_{21} & 0 & M_{23}\\ M_{31} & M_{32} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta R_{\Delta x}\\ \Delta G_{\Delta x}\\ \Delta B_{\Delta x}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_1\\ L_2\\ L_3\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}0 & N_{12} & N_{13}\\ N_{21} & 0 & N_{23}\\ N_{31} & N_{32} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta R_{\Delta y}\\ \Delta G_{\Delta y}\\ \Delta B_{\Delta y}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}K_1\\ K_2\\ K_3\end{bmatrix}, \tag{15}$$

где

$$L_1=-\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b+Z_b\\ X_r & Y_r+Z_r\end{pmatrix}\\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r\\ X_g & Y_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$L_2=-\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)det\begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r+Z_r\\ X_b & Y_b+Z_b\end{pmatrix}\\ R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g+Z_g\\ X_b & Y_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$L_3 = \left(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i\right) det \begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{12} = a_g\, det \begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r\, det \begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{13} = a_b\, det \begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r\, det \begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{21} = a_r\, det \begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g\, det \begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{23} = a_b\, det \begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_g\, det \begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{31} = -a_r\, det \begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_b\, det \begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{32} = a_b\, det \begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g\, det \begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$K_1 = -\left(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i\right) det \begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$K_2 = -\left(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i\right) det \begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$K_3=\left(a_rR_i+a_gG_i+a_bB_i\right)det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$N_{12}=a_g\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}+a_r\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$N_{13}=a_b\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}+a_r\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$N_{21}=a_r\,det\begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}-a_g\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$N_{23}=a_b\,det\begin{pmatrix} B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ R_i & det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}+a_g\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$N_{31}=-a_r\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}-a_b\,det\begin{pmatrix} G_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_r & X_r+Z_r\end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix},$$

$$N_{32}=a_b\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_g & X_g+Z_g \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix} \\ B_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix}\end{pmatrix}-a_g\,det\begin{pmatrix} R_i & det\begin{pmatrix} Y_b & X_b+Z_b \\ Y_g & X_g+Z_g\end{pmatrix} \\ G_i & det\begin{pmatrix} Y_r & X_r+Z_r \\ Y_b & X_b+Z_b\end{pmatrix}\end{pmatrix}.$$

Анализ матричный уравнений (15) показывает, что коэффициенты M_{ij}, N_{ij}, симметричные относительно нулевых главных диагоналей, имеют равные по модулю значения и противоположный знак, т. е.: $M_{12}=-M_{21}$, $M_{13}=-M_{31}$, $M_{23}=-M_{32}$, $N_{12}=-N_{21}$, $N_{13}=-N_{31}$, $N_{23}=-N_{32}$. Можно показать, что такие матрицы имеют определитель, равный нулю.

Таким образом, согласно правилу Крамера [15], у уравнений (15) теоретически существует бесконечное число решений (точек экстремума) на континуальном множестве. Дополнение этих матриц соответствующими столбцами свободных членов L_1–L_3 и K_1–K_3 и вычисление ранга исходных и дополненных матриц приводит к выводу о несовместности уравнений обеих матричных систем (15).

Заключение

Анализ системы (6) показывает, что изменение десятичного кода одного компонента цвета, например красного R, при нулевых значениях кодов двух других цветов (G и B) не приводит к смещению (x,y)-координат на XY-плоскости – определители в числителе (6) в этом случае равны нулю. Красный цвет с кодами R=5, R=120, R=200, R=255 и др. при G=0 и B=0 имеет одни и те же (x,y)-координаты цветности на XY-плоскости. Аналогично для G и B. При одновременном увеличении значения кода RGB в равных пропорциях сразу по всем трем компонентам основных цветов смещения (x,y)-координат также не происходит, т. к. эти изменения соответствуют одному цвету – белому. Смещение (x,y)-координат цветности на XY-плоскости на величину $(\Delta x, \Delta y)$ образуется только при «смешении» компонентов трех основных цветов в разных пропорциях.

Также анализ системы (6) и результаты вычислений, полученные на ее основе, показывают, что величины дискретных приращений Δx, Δy распределены на XY-плоскости неравномерно, т. е. шаг изменения (x,y)-координат цветности в пределах различных зон для оттенков цветов (рис. 1, *в*) при изменении кодов RGB на единицу различен. Неравномерность распределения приращений по полю вызвана в первую очередь нелинейностью преобразования (2).

Расчеты величин приращений по уравнениям системы (6) показывают, что абсолютные значения большинства пар приращений Δx, Δy не равны между собой, т. е. разрешающая способность преобразования Грассмана по x-координате не равна в общем случае разрешающей способности по y-координате, в связи с чем при выборе колориметра выбор метрологической характеристики измерительного прибора должен основываться на минимальном из двух значений, т. е. $min(\Delta x, \Delta y)$, полученных при изменении кода RGB во всем диапазоне принимаемых значений.

Полученные в процессе расчетов числовые значения разрешающей способности преобразования Грассмана:

– по горизонтальной координате минимум $|\Delta x| = 8{,}45 \cdot 10^{-10}$;

– по вертикальной координате минимум $|\Delta y| = 7{,}23 \cdot 10^{-10}$;

– по диагонали минимум $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 1{,}614 \cdot 10^{-6}$,

соответствуют стандарту МКО 1931 г. с системой оценки баланса белого цвета D-65 и принятой системой кодирования «8 бит на компонент основного цвета». Уравнения системы (6) приведены в аналитическом виде (зависимость приращений от коэффициентов матрицы МКО) и могут быть использованы для оценки разрешающей способности преобразования Грассмана как для стандарта МКО 1931 г., так и для стандарта МКО 1964 г. с различными системами оценки баланса белого цвета: D-75, D-65, D-55, D-50 и др., в пределах каждой из которых компоненты основных цветов X_r, X_g, X_b, Y_r, Y_g, Y_b, Z_r, Z_g, Z_b базового преобразования (1) являются различными.

Необходимо также заметить, что представленные числовые значения разрешающей способности преобразования Грассмана на несколько порядков менее технических характеристик существующей измерительной аппаратуры. В связи с этим в экспериментах по оценке визуальных характеристик восприятия цветовой палитры значительное количество цветовых переходов от одного оттенка к другому не может быть определено современными инструментальными средствами измерения с требуемой разработчикам авионики точностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Исследование распределения оценки разрешающей способности преобразования Грассмана в системах кодирования цвета, применяемых в авионике // Программная инженерия. – 2014. – № 8. – С. 40–47.
2. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Исследование свойства равноконтрастности цветовых пространств, применяемых в авионике // Программная инженерия. – 2014. – № 11. – С. 35–43.

3. Костишин М.О., Жаринов И.О., Жаринов О.О. Исследование визуальных характеристик средств отображения пилотажно-навигационных параметров и геоинформационных данных в авионике // Информационно-управляющие системы. – 2014. – № 4. – С. 61–67.
4. Костишин М.О., Шукалов А.В., Парамонов П.П. и др. Алгоритмы автоматизации конфигурирования загрузочных компонентов аэронавигационной информации и геоинформационных данных авионики // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 9. – С. 64–72.
5. Парамонов П.П., Ильченко Ю.А., Жаринов И.О., Тарасов П.Ю. Структурный анализ и синтез графических изображений на экранах современных средств бортовой индикации на плоских жидкокристаллических панелях // Авиакосмическое приборостроение. – 2004. – № 5. – С. 50–57.
6. Парамонов П.П., Ильченко Ю.А., Жаринов И.О. Теория и практика статистического анализа картографических изображений в системах навигации пилотируемых летательных аппаратов // Датчики и системы. – 2001. – № 8. – С. 15–19.
7. Парамонов П.П., Костишин М.О., Жаринов И.О. и др. Принцип формирования и отображения массива геоинформационных данных на экран средств бортовой индикации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 6. – С. 136–142.
8. Костишин М.О., Жаринов И.О., Жаринов О.О. и др. Оценка точности визуализации местоположения объекта в геоинформационных системах и системах индикации навигационных комплексов пилотируемых летательных аппаратов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2014. – № 1. – С. 87–93.
9. Жаринов И.О., Емец Р.Б. Индикационное оборудование в авиации XXI века // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2003. – № 11. – С. 193–195.
10. Парамонов П.П., Копорский Н.С., Видин Б.В., Жаринов И.О. Многофункциональные индикаторы на плоских жидкокристаллических панелях: наукоемкие аппаратно-программные решения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2004. – № 3. – С. 238–245.
11. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Бортовые средства отображения информации на плоских жидкокристаллических панелях: учеб. пособие // Информационно-управляющие системы. СПб: ГУАП. – 2005. – 144 с.
12. Костишин М.О., Жаринов И.О. Исследование оптических параметров бортовых средств индикации геоинформационных данных // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2014. – № 2. – С. 5–9.
13. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Оценка инструментальной погрешности косвенного измерения координат цвета в цветовой модели данных, применяемой в авионике // Программная инженерия. – 2014. – № 12. – С. 39–46.
14. Костишин М.О., Жаринов И.О., Жаринов О.О., Богданов А.В. Оценка частоты обновления информации в видеопотоке индикации бортовых геоинформационных данных авионики // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2014. – № 4. – С. 9–15.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука. – 1973. – 832 с.

Поступила 25.01.2015 г.